www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**	مدت امتحان : **۱۵۰ دقیقه**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان :	**۱۳۸۶ / ۶ / ۶**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دوره تابستانی** سال تحصیلی **۸۶-۱۳۸۵**		**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه‌ی تابع روبه رو را تعیین کنید. $y=\frac{\sqrt{x-1}}{9-x^2}$	۰/۷۵
۲	توابع f و g با ضابطه های $f(x)=\sqrt{x}$ و $g(x)=\frac{1}{x^2-1}$ مفروضند. الف) دامنه‌ی توابع f و g و gof را تعیین کنید. ب) ضابطه‌ی تابع gof را بنویسید.	۱/۲۵
۳	اگر α و β ریشه های معادله ی $x^2-5x+1=0$ باشند ، مقدار عددی عبارت $\frac{\alpha^2}{\beta}+\frac{\beta^2}{\alpha}$ را تعیین کنید .	۱
۴	مقدار k را چنان بیابید که چند جمله ای $5x^2-5x+k-7$ بر $x-2$ بخش‌پذیر باشد .	۰/۵
۵	ابتدا یک به یک بودن تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} x+1 & x<0 \\ x^2+1 & x\geq 0 \end{cases}$ را بررسی کنید، سپس در صورت وجود، معکوس تابع f را تعیین کنید.	۱/۵
۶	حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید . ([ ] نماد جزء صحیح است) الف) $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+\sqrt{x+1}}{5x-1}$ ب) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{[x]+[-x]}$ ج) $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-2x+1}{x^4-1}$ د) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+\tan x}-\sqrt{2-\tan x}}{3x}$	۲/۵
۷	با استفاده از قضیه‌ی فشردگی ثابت کنید : $\lim_{x\to 0}\lvert x\rvert\sin x=0$	۰/۷۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y=\frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ را در صورت وجود تعیین کنید .	۰/۷۵
۹	پیوستگی تابع f با ضابطه ی $f(x)=\begin{cases} \lvert x\rvert\frac{\sqrt{[x]}}{x} & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$ را در نقطه ی $x_0=0$ بررسی کنید.	
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**	مدت امتحان : **۱۵۰ دقیقه**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان :	**۱۳۸۶ / ۶ / ۶**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دوره تابستانی** سال تحصیلی **۸۶-۱۳۸۵**		**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	**الف)** مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست)	۲/۲۵
	$f(x)=\text{Sin}(\frac{۱}{x})+\sqrt[۳]{x^۲-۵x}$	
	$g(x)=\text{Arc cot}(۱-۲x)+(۲x-x^۳)^۴$	
	ب) اگر $f(x)=۳\text{Sin}x-\text{Cos}x$ و $y=f(\sqrt{x})$ مطلوبست محاسبه ی $\frac{dy}{dx}$	
۱۱	درتابع $y=ax^۲+bx$ ، ضرایب a و b را چنان بیابید که راس سهمی روی خط $x=۱$ واقع باشد و منحنی تابع از نقطه‌ی $(-۲\ ,\ ۴)$ بگذرد.	۱
۱۲	بادکنک کروی شکل را طوری باد می کنند که شعاع آن با آهنگ ۰/۰۳ سانتیمتر در ثانیه افزایش می یابد. آهنگ تغییر حجم بادکنک را در لحظه ای که شعاع آن ۵ سانتیمتر است ، تعیین کنید.	۱
۱۳	تابع f با ضابطه ی $f(x)=\begin{cases}\text{Cos}x & x\le\frac{\pi}{۲}\\ ax-b & x>\frac{\pi}{۲}\end{cases}$ مفروض است . ضرایب a و b را چنان بیابید که این تابع در $x_۰=\frac{\pi}{۲}$ مشتق پذیرباشد.	۱
۱۴	ضرایب a و b را چنان بیابید که مرکز تقارن توابع $y=x^۳-۳x^۲+a$ و $y=\frac{-۲x+۱}{x+b}$ برهم منطبق باشد.	۱
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y=\text{Sin}x-\sqrt{۳}\ \text{Cos}x$ را در بازه ی $[۰\ ,\ ۲\pi]$ رسم کنید .	۱/۵
۱۶	معادلات خطوط مماس و قائم برمنحنی $x^۲y^۲=۲۵$ را در نقطه ی $A(-۱\ ,\ ۵)$ بنویسید .	۱
۱۷	ابتدا نمودار تابع $f(x)=\lvert x\rvert+[x]$ را رسم کنید. سپس مقدار $\int_{-۲}^{۱}f(x)dx$ را محاسبه کنید. ($[\ ]$ نماد جزء صحیح است)	۱/۲۵
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۶ / ۶ / ۱۳۸۶**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دوره تابستانی** سال تحصیلی **۸۶-۱۳۸۵**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$\begin{cases} x-1\geq 0 \\ \text{و} \\ 9-x^2\neq 0 \end{cases}$ (۰/۲۵) $\begin{cases} x\geq 1 \\ \text{و} \\ x\neq 3,\ x\neq -3 \end{cases}$ (۰/۲۵) $\rightarrow D=[1,+\infty)-\{3\}$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	$D_f=[0,+\infty)$ و $D_g=R-\{1,-1\}$ (۰/۲۵) $D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}=\{x\in[0,+\infty) \mid \underbrace{\sqrt{x}\in R-\{1,-1\}}_{\substack{\sqrt{x}\neq 1 \\ x\neq 1}}\}=[0,+\infty)-\{1\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\Rightarrow gof(x)=\frac{1}{x-1}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۳	$\alpha+\beta=5$ و $\alpha\beta=1$ (۰/۲۵) $\frac{\alpha^2}{\beta}+\frac{\beta^2}{\alpha}=\frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}=110$ (۰/۲۵) (۰/۵)	۱
۴	$x-2=0 \rightarrow x=2 \Rightarrow$ باقیمانده = صفر $\rightarrow 5(2)^2-5(2)+k-7=0 \rightarrow k=-3$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰/۵
۵	بررسی یک به یک بودن شاخه ها و $R_1\cap R_2=\phi$ پس تابع یک به یک است (۰/۵) و $y_1=x+1 \rightarrow x=y_1-1 \quad R_1=(-\infty,1)$ $y_2=x^2+1 \rightarrow \underset{x\geq 0}{|x|}=\sqrt{y_2-1} \rightarrow x=\sqrt{y_2-1} \quad R_2=[1,+\infty)$ $f^{-1}(x)=\begin{cases} x-1 & x<1 \\ \sqrt{x-1} & x\geq 1 \end{cases}$ (۱)	۱/۵
۶	الف) $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+\sqrt{x+1}}{5x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x}{5x}=\frac{2}{5}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{[x]+[-x]}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{-1}=\lim_{x\to 0}(-\sin x)=0$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) ج) $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-2x+1}{x^4-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+x-1)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}=\frac{1}{4}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) د) $\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{2+\tan x}-\sqrt{2-\tan x})}{3x}\times\frac{\sqrt{2+\tan x}+\sqrt{2-\tan x}}{\sqrt{2+\tan x}+\sqrt{2-\tan x}}=\lim_{x\to 0}\frac{2\tan x}{3x(\sqrt{2+\tan x}+\sqrt{2-\tan x})}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $=\frac{\sqrt{2}}{6}$ (۰/۲۵) « ادامه در صفحه ی دوم »	۲/۵

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۳۸۶ / ۶ / ۶**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دوره تابستانی** سال تحصیلی **۸۶-۱۳۸۵**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$-1\le \sin x \le 1 \xrightarrow[(۰/۲۵)]{} -\lvert x\rvert \le \lvert x\rvert \sin x \le \lvert x\rvert \xrightarrow[(۰/۲۵)]{} \lim_{x\to 0}\lvert x\rvert = \lim_{x\to 0}(-\lvert x\rvert) = 0 \xrightarrow[(۰/۲۵)]{} \lim_{x\to 0}\lvert x\rvert \sin x = 0$	۰/۷۵
۸	$\left.\begin{matrix} x\ge 0 \\ x^2-1\neq 0 \end{matrix}\right\} \to D=[0,+\infty)-\{1\}$ (۰/۲۵) $\lim_{x\to+\infty} y = 0 \to y=0$ مجانب افقی (۰/۲۵) $\lim_{x\to 1^{\pm}} y = \pm\infty \to x=1$ مجانب قائم (۰/۲۵)	۰/۷۵
۹	$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-}(-x\frac{\sqrt{-x}}{x}) = 0$ (۰/۲۵) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}(x\frac{\sqrt{x}}{x}) = 0$ (۰/۲۵) $f(0)=0$ $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0) \to$ f در $x_0=0$ پیوسته است. (۰/۲۵)	۱
۱۰ الف)	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}\cos(\frac{1}{x}) + \frac{2x-5}{3\sqrt[3]{(x^2-5x)^2}}$ (۰/۵) (۰/۲۵) $g'(x) = \frac{-(-2)}{1+(1-2x)^2} + 4(2-3x^2)(2x-x^3)^3$ (۰/۲۵) (۰/۵) $f'(x) = 3\cos x + \sin x$ (۰/۲۵) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}\times f'(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(3\cos\sqrt{x}+\sin\sqrt{x})$ (۰/۲۵)	۲/۲۵
۱۱	$x=-\frac{b}{2a}=1 \to 2a+b=0$ (۰/۲۵) $4 = a(-2)^2 + b(-2) \to 2a-b=2 \to a=\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) و $b=-1$ (۰/۲۵)	۱
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۳۸۶ / ۶ / ۶**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دوره تابستانی** سال تحصیلی **۸۶-۱۳۸۵**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$v=\frac{۴}{۳}\pi R^۳$ (۰/۲۵) $\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dR}\times\frac{dR}{dt}=۴\pi R^۲\times ۰/۰۳=۴\pi(۵)^۲\times ۰/۰۳=۳\pi$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۱۳	**اولاً باید** f **در** $x_۰=\frac{\pi}{۲}$ **پیوسته باشد.** $\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}^-} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}^+} f(x)=f(\frac{\pi}{۲}) \Rightarrow \frac{\pi}{۲}a-b=۰$ (۰/۲۵) **ثانیاً مشتق چپ و راست تابع** f **در** $x_۰=\frac{\pi}{۲}$ **باید مساوی باشند.** $\begin{cases} f'_-(\frac{\pi}{۲})=-۱ \\ f'_+(\frac{\pi}{۲})=a \end{cases}$ (۰/۲۵) $\rightarrow -۱=a \rightarrow b=-\frac{\pi}{۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۱۴	$y'=۳x^۲-۶x \rightarrow y''=۶x-۶=۰ \rightarrow x=۱ \rightarrow y=a-۲ \Rightarrow$ **نقطه عطف یا مرکز تقارن** $=(۱, a-۲)$ (۰/۲۵) $\begin{cases} x\to\pm\infty \Rightarrow y=-۲ \\ y\to\pm\infty \Rightarrow x=-b \end{cases} \rightarrow$ **مرکز تقارن** $=(-b,-۲) \Rightarrow b=-۱$ و $a=۰$ (۰/۵) (۰/۲۵)	۱
۱۵	$y'=\cos x+\sqrt{۳}\sin x$ (۰/۲۵) $y'=۰ \rightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{۶} \rightarrow \begin{cases} x=\frac{۵\pi}{۶} \text{ و } \frac{۱۱\pi}{۶} \\ y=۲ \text{ و } y=-۲ \end{cases}$ (۰/۵) $x=۰ \rightarrow y=-\sqrt{۳}$ $y=۰ \rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۳} \rightarrow x=\frac{\pi}{۳}$ و $\frac{۴\pi}{۳}$	۱/۵

« ادامه در صفحه ی چهارم »

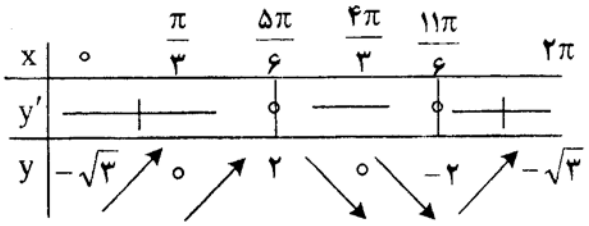
www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

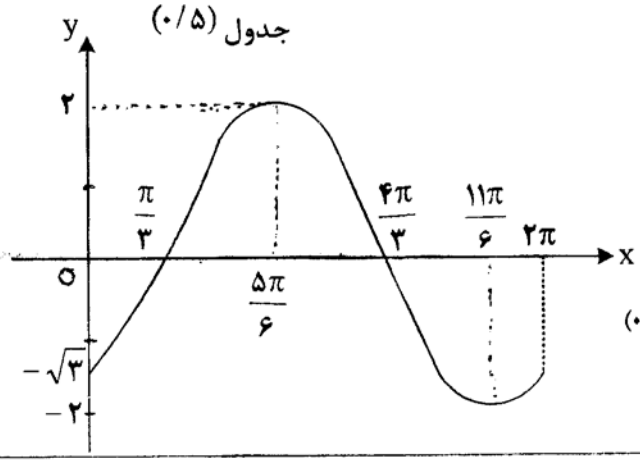
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۶ / ۶ / ۱۳۸۶**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دوره تابستانی** سال تحصیلی **۸۶-۱۳۸۵**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره



جدول (۰/۵)



رسم شکل (۰/۲۵)

۱۶ — **۱**

$۲xy^۲ + ۲yy'x^۲ = ۰ \rightarrow y' = \frac{-y}{x}$ (۰/۲۵)

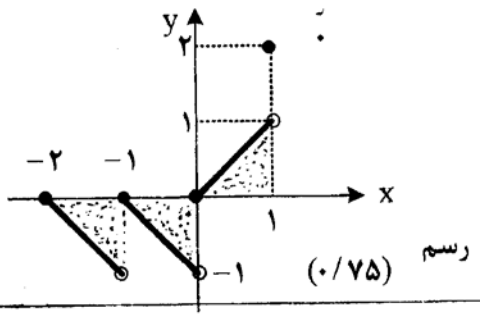
$m_{\text{قائم}} = -\frac{۱}{۵}$ و $m_{\text{مماس}} = ۵$ (۰/۲۵)

معادله قائم $y - ۵ = -\frac{۱}{۵}(x+۱)$ (۰/۲۵) و معادله مماس $y - ۵ = ۵(x+۱)$ (۰/۲۵)

۱۷ — **۱/۲۵**

$$f(x) = \begin{cases} -x + [x] & x \le ۰ \\ x + [x] & x > ۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f(x) = -x - ۲ & -۲ \le x < -۱ \\ f(x) = -x - ۱ & -۱ \le x < ۰ \\ f(x) = x & ۰ \le x < ۱ \end{cases}$$

$$\int_{-۲}^{۱} f(x)dx = -\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} = -\frac{۱}{۲} \quad (۰/۵)$$



رسم (۰/۷۵)

	جمع نمره	۲۰

مصححین گرامی با سلام ، لطفاً بارم را به تناسب برای روش های حل درست دیگر تقسیم فرمایید.

www.alm.loxblog.com